令和３年度東北大学個別学力試験

問題訂正（前期）

理科【物理】４ページ

1　上から９～１０行目

問（１）

（誤）・・・初速 v_0 をあたえたところ，小球はリングに沿って・・・

（正）・・・初速 v_0 をあたえたところ，小球は<u>固定された</u>リングに沿って・・・

理科【物理】６ページ

1　問（２）（b）　上から１～２行目

（誤）・・・角速度ωがある値 ω_0 より小さいとき，力 F は点Ｐへ向かう復元力となる。

（正）・・・角速度ωがある値 ω_0 より小さいとき，力 F は点Ｐへ向かう復元力とな<u>り，ω_0 より大きいとき，力 F は点Ｐへ向かう復元力とはならない</u>。

（裏面に続く）

理科【物理】６ページ

$\boxed{1}$　問（２）（ｃ）　上から１行目

（誤）・・・角度θ（$\theta>0$）の位置で静かにはなすと，角度θが・・・

（正）・・・角度$\underline{\theta_i}$（$\underline{\theta_i}>0$）の位置で静かにはなすと，角度$\underline{\theta_i}$が・・・

令和３年２月２５日

物　　　理

1 図1のように，穴のあいた質量 m の小球が半径 R のリングに通されている。小球はリングに沿ってなめらかに動くことができる。リングの中心は常に原点Oの位置にある。鉛直下方の最下点Pから測った角度を θ(単位はラジアン)とする。角度 θ は反時計回りを正とし，$-\pi < \theta \leqq \pi$ である。重力加速度の大きさを g とする。ただし，リングは変形することはなく，空気抵抗は無視できるものとする。

以下の問(1)~(3)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程を説明せよ。

問(1) 点Pにおいて小球に水平右向きの初速 v_0 をあたえたところ，小球はリングに沿って運動した。

(a) 小球が角度 θ の位置にあるときの重力による位置エネルギー U を，m，g，v_0，R，θ の中から必要なものを用いて表せ。ただし，位置エネルギーは，$\theta = 0$ の位置を基準とする。

(b) 小球が角度 θ の位置にあるときの小球の速さを v とする。v を，m，g，v_0，R，θ の中から必要なものを用いて表せ。

(c) 小球がリングの最高点($\theta = \pi$)を超えて回転運動を続けるためには，初速 v_0 の大きさはある値 v_1 より大きくなくてはならない。v_1 を，m，g，R の中から必要なものを用いて表せ。

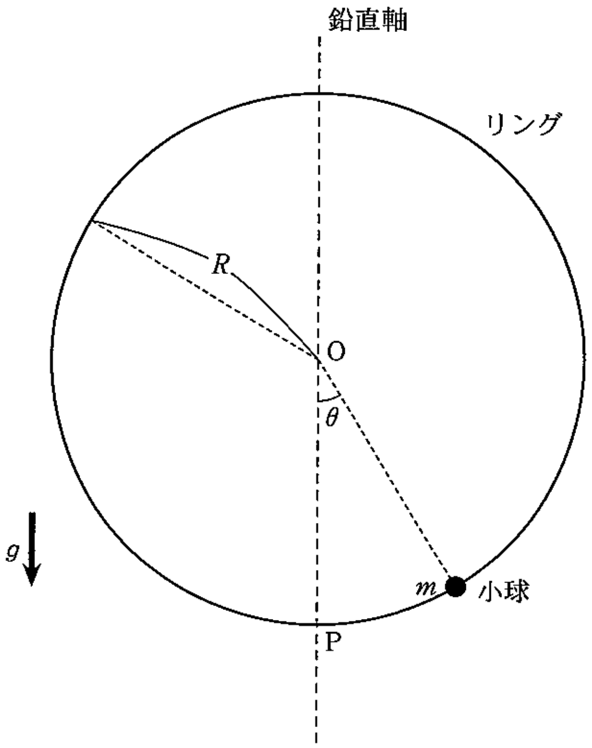

図 1

問(2)　図2のようにリングと小球がリングの中心Oを通る鉛直軸まわりに一定の角速度ω($\omega > 0$)で回転する場合を考える。

(a)　小球が角度θ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)の位置にあるとき，リングとともに回転する人から見たリング円周に沿って小球に作用する力Fを，m，g，ω，R，θの中から必要なものを用いて表せ。ただし，力Fはθが増加する向きを正とする。

(b)　$|\theta|$が十分小さく，かつ角速度ωがある値ω_0より小さいとき，力Fは点Pへ向かう復元力となる。ω_0を，m，g，Rの中から必要なものを用いて表せ。ただし，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\cos\theta \fallingdotseq 1$が成り立つとしてよい。

(c)　$\omega < \omega_0$のとき，小球を角度θ($\theta > 0$)の位置で静かにはなすと，角度θが十分小さければ，リングとともに回転する人から見た小球の運動は点Pを中心とした単振動となる。図2に示すように，小球が角度θの位置にあるとき，点Pから小球のリングに沿う変位xが$R\theta$であることを用いて，単振動の周期Tを，m，g，ω，Rの中から必要なものを用いて表せ。

問(3)　つぎに，リングの回転の角速度ωがω_0より大きい場合を考える。小球の運動は，リングとともに回転する立場で観測するものとする。

(a)　小球は$\theta = \theta_0$($0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$)の位置で静止していた。このときの角速度$\omega$を，$m$，$g$，$R$，$\theta_0$の中から必要なものを用いて表せ。

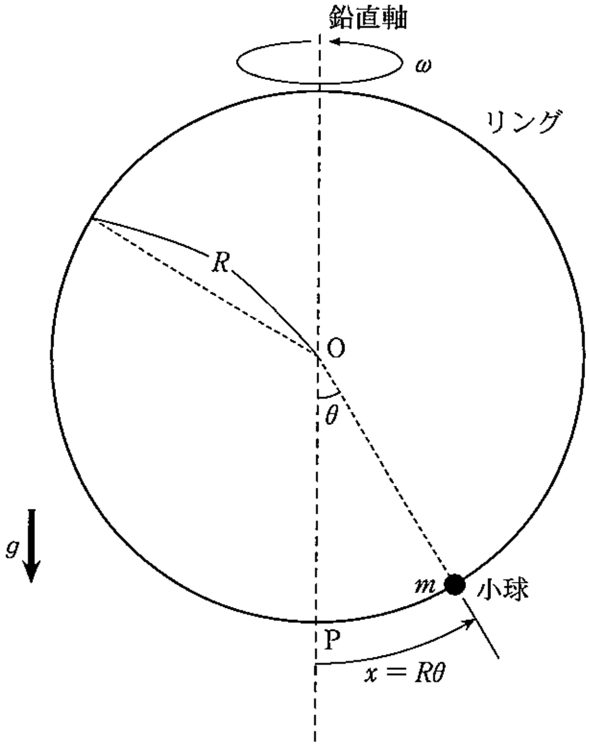

図 2

(b)　リング上の角度 $\theta = \dfrac{1}{2}\theta_0$ の位置において小球にリングの円周方向にさまざまな初速をあたえると，小球は初速の大きさに応じてさまざまな運動をする。このときの小球の位置 θ と時間の関係を表すグラフとして<u>不適切</u>なものを，図３の(あ)～(う)の中から一つ選び，記号で答えよ。また，その記号を選んだ理由を「復元力」という言葉を用いて説明せよ。なお，グラフ中の破線は角度 $\theta = \theta_0$ および $\theta = -\theta_0$ を表す。

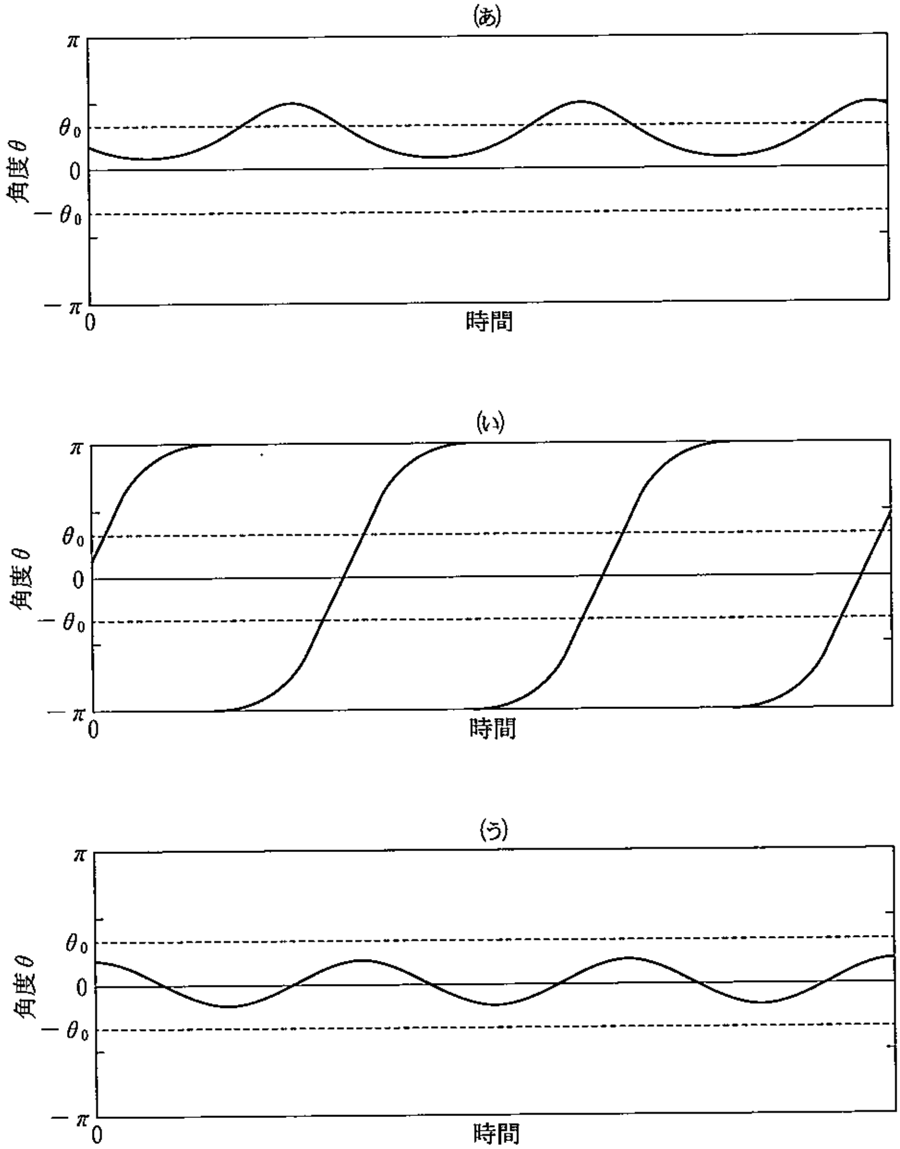

図３

2 電場(電界)と磁場(磁界)の中での，質量 m，電気量 $q\,(q > 0)$ の粒子の運動について考える。粒子は真空中で運動し，重力の影響は無視できるものとする。以下の問(1)~(3)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も説明せよ。

問(1) 中央に穴のある $n+1$ 枚 $(n \geqq 2)$ の電極板 D_0，D_1，D_2，…，D_n が，図1のように，y 軸に対して垂直に置かれている。$D_k\,(k = 0, 1, 2, \cdots, n)$ の電位は V_0 を正として $-kV_0$ であり，隣り合う電極板の間の電場は一様と見なせる。また，電極板 D_{j-1} と $D_j\,(j = 1, 2, 3, \cdots, n)$ の間の距離は d_j である。D_0 の中央で静止していた粒子が，電場で加速され y 軸に平行に進み始めた。電極板の厚みは無視できるとする。

(a) 電極板 D_0 と D_1 の間における，電場の大きさ E，粒子の加速度の大きさ a を，それぞれ d_1，m，q，V_0 の中から必要なものを用いて表せ。

(b) 粒子が D_0 の中央から進み始めてから D_1 の中央に到達するまでの時間 t_1 と，D_1 に到達したときの粒子の速さ v_1 を，それぞれ d_1，m，q，V_0 の中から必要なものを用いて表せ。

(c) 電極板 D_n に到達したときの粒子の速さ v_n を，n，v_1 を用いて表せ。

(d) 電極板 D_{n-1} と D_n の間を粒子が通過するのに要する時間が t_1 に等しいとき，D_{n-1} と D_n の距離 d_n を，d_1，n を用いて表せ。

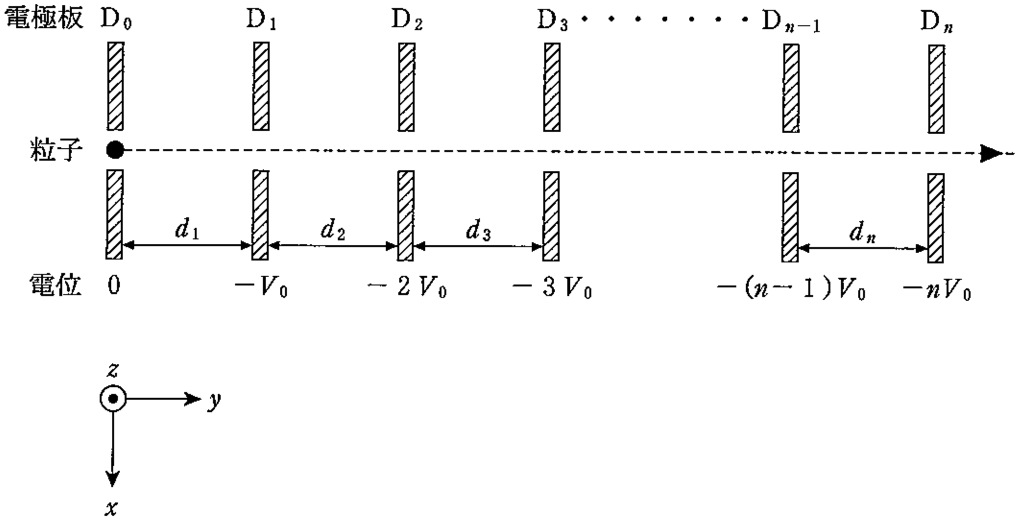

図 1

問(2)　図2のように中空のまっすぐな管 G_1, G_2, 曲がった管 M_1, M_2(斜線の部分), および, 加速部Zからなる装置の中での粒子の運動を考える。最初, 管 G_1 の左端(点O)から粒子を y 軸の正の向きに, 速さ u_0 で等速運動させる。加速部Zは, 図3のように, 中央に十分小さな穴がある平行な電極板XとYからなり, 電極板間の電場は一様である。電極板間に粒子がいるときのみYの電位は $-V_0$ で, それ以外のときYの電位は0であり, Xの電位は常に0である。また, M_1 と M_2 では, z 軸方向に一様な磁場をかけることができる。粒子は M_1 と M_2 の中で半径 r の円周上を進み, 加速部Zを通過して再び加速される。M_1 と M_2 における磁束密度の大きさを変えることで, 粒子は破線上の軌道を何度も周回し, 加速部Zを通過するたびに加速される。N 回目($N=1, 2, 3, \cdots$)に加速部Zを通過した直後から $N+1$ 回目に加速部Zに到達する直前までを N 周目とし, N 周目での M_1 と M_2 の磁束密度を B_N とする。管 G_1 と G_2 の長さは ℓ で, 加速部Zの厚みは十分薄く, 粒子が加速部を通過する時間は無視できるとする。

(a)　M_1 の磁場は, z 軸の正負のいずれの向きであるか。粒子の電気量 q が正であることに注意し, 解答用紙の正しい方に丸印を付けよ。紙面裏から表の向きが正の向きである。

(b)　一周目の粒子の速さ u_1 と M_1 における加速度の大きさ b_1 を, それぞれ ℓ, m, q, r, u_0, V_0 の中から必要なものを用いて表せ。

(c)　N 周目の周回に要する時間 T_N を, N, ℓ, m, q, r, u_0, V_0 の中から必要なものを用いて表せ。

(d)　B_N を, N, ℓ, m, q, r, u_0, V_0 の中から必要なものを用いて表せ。

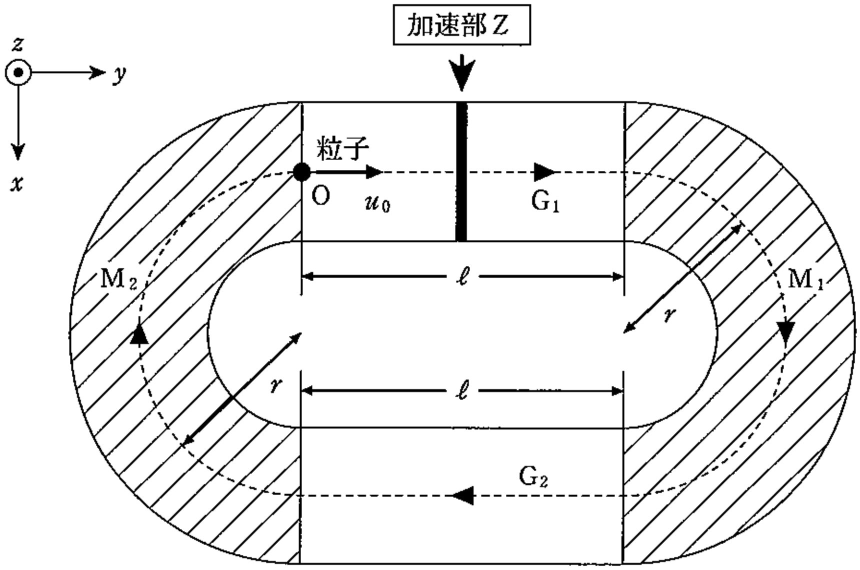

図 2

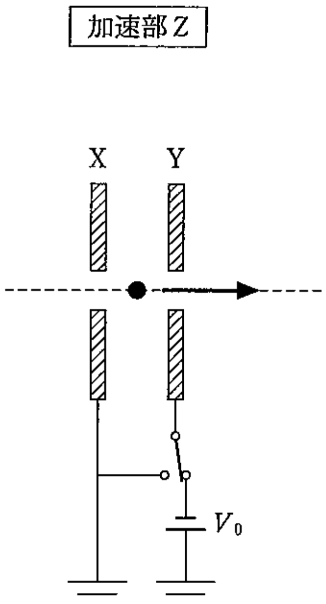

図 3

問(3)　図4のように，質量 m，電気量 $q(q>0)$ の多数の粒子が，y 軸を中心軸とする円筒状の領域を，一様な広がりを持って平行に進んでいる。その先には，4つの同じ磁石が y 軸に対して対称に置かれている。この様子を，粒子の入射方向から磁石の方を見て，xz 面に投影した図が図5である。図5の破線は，磁場の影響を受ける前の粒子の広がりを表している。

(a)　図5の点Aと点Bをそれぞれ通る，磁力線の概形(磁石の中は除く)を解答用紙の図に記入せよ。

(b)　図5の点Aと点Bのそれぞれで，粒子が磁場から受ける力の向きを解答用紙の図に記入せよ。

(c)　磁石の間を通過した多数の粒子は，磁石の端面に接着した蛍光板に到達して輝点として観測された。観測された輝点の分布として最も適切なものを，図6の(ア)～(カ)の中から1つ選び，記号で答えよ。解答は図の記号のみでよい。図中の破線は，磁場の影響を受ける前の粒子の広がりを表しており，粒子どうしにはたらく電気力は無視できるとする。

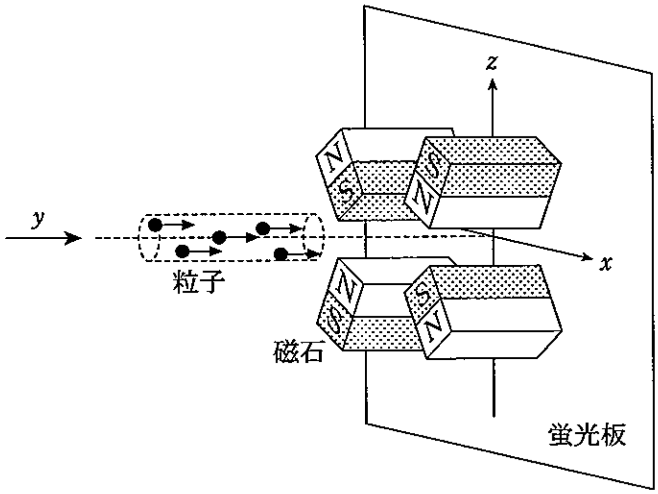

図4

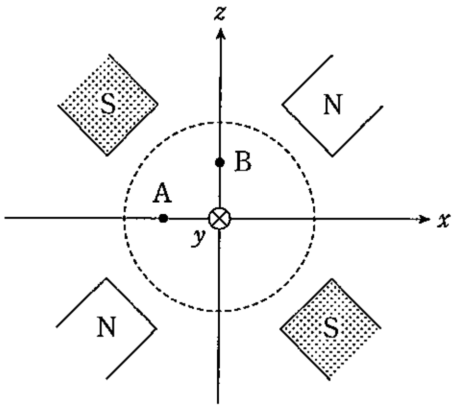

図 5

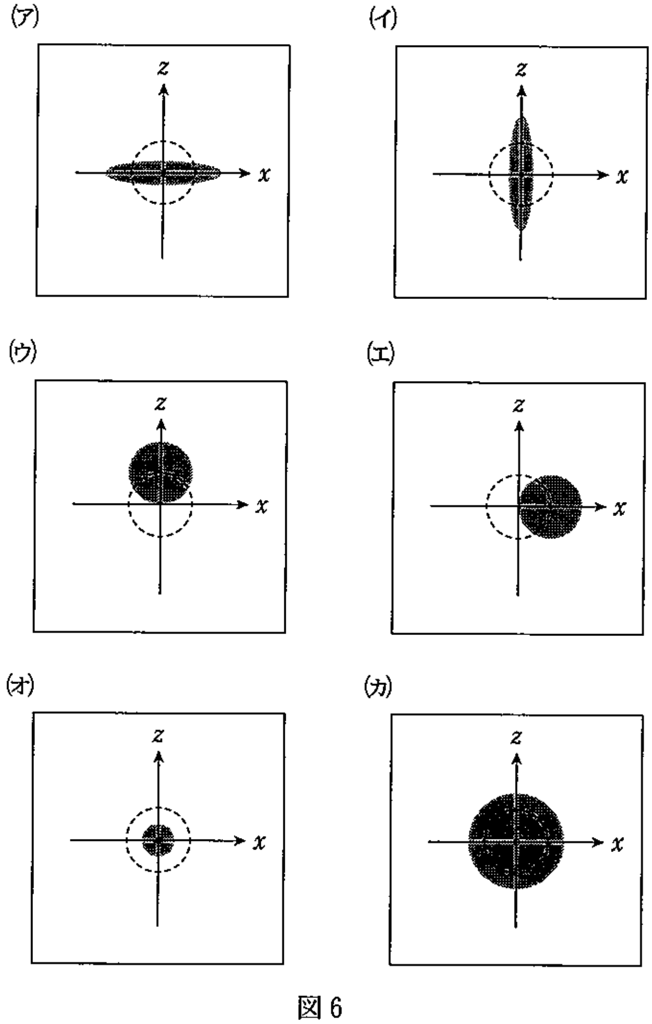

図 6

3 振動数fの音波を発する音源が媒質(空気)中に置かれている。媒質中の音速をVとする。以下の問(1)～(3)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また，結果だけでなく，考え方や計算の過程も説明せよ。

問(1) 音源の位置を原点Oとすると，音源からx軸の正の向きに伝わる音波による，時刻t，位置xにおける媒質のx軸方向の変位Fは，

$$F = A\sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{x}{V}\right)\right\}$$

で表される。ここで，変位Fはx軸の正の向きを正とし，Aは正の定数である。

図1のように，$x = d$の位置に反射板を固定し，音源からx軸の正の向きに伝わる音波を固定端反射させた。反射による音波の減衰は無視できるものとする。

(a) 音源から発する音波の波長λを，fとVの中から必要なものを用いて表せ。

(b) x軸の負の向きに伝わる反射波による，時刻t，位置xにおける媒質のx軸方向の変位F_Rは，

$$F_R = -A\sin\left\{2\pi f\left(t + \frac{x-a}{V}\right)\right\}$$

で表される。ここで，変位F_Rはx軸の正の向きを正とし，aは定数である。$x = d$において固定端の条件$F = -F_R$が成り立つことを利用して，aの値をdを用いて表せ。

(c) 問(1)(b)の結果を用いて，位置x($0 \leqq x \leqq d$)における，媒質の変位の最大値A_Sを，A，d，f，x，Vの中から必要なものを用いて表せ。ここで，必要に応じて，$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\dfrac{\alpha \mp \beta}{2}$(複合同順)の関係式を用いよ。

(d) 問(1)(c)の結果を用いて，$0 < x < d$に定在波(定常波)の節ができるためのdの条件を，fとVの中から必要なものを用いて表せ。

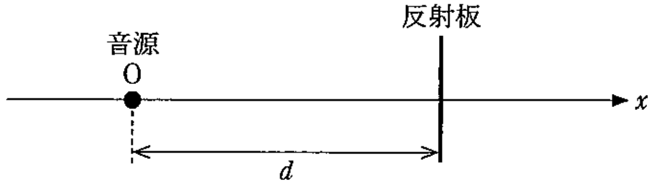

図 1

問(2)　図2のように，観測者Pが一定速度$u(u < V)$でx軸上$(x > 0)$を正の向きに移動しながら，原点Oにある音源から伝わる音波を観測した。問(1)と同様に，音源からx軸の正の向きに伝わる音波による，時刻t，位置xにおける媒質のx軸方向の変位Fは，

$$F = A\sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{x}{V}\right)\right\}$$

で表される。観測者Pは時刻t_0のときに位置x_0を通過した。ただし，観測者Pによる音波の変化は無視する。

(a)　時刻t_0から短い時間Δtだけ進んだ時刻$t_0 + \Delta t$における観測者Pの位置xを，Δt，u，x_0の中から必要なものを用いて表せ。

(b)　問(2)(a)と同じ時刻$t_0 + \Delta t$において，観測者Pが観測する音波による媒質の変位F'を，A，f，t_0，Δt，u，V，x_0の中から必要なものを用いて表せ。

(c)　問(2)(b)の結果を用いて，観測者Pが観測する音波の振動数f'を，f，u，Vの中から必要なものを用いて表せ。

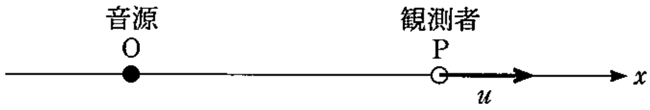

図 2

問(3)　図3のように，観測者Pが一定速度$u(u < V)$でx軸に平行な直線$(y = y_0)$上をx軸の正の向きに移動しながら，原点Oにある音源から全方位に伝わる音波を観測した。OP間の距離をrとし，線分OPとx軸の正の向きのなす角を$\theta(0 < \theta < \pi)$とする。観測者Pは時刻t_0のときに位置$(x_0,\ y_0)$を通過し，このとき$r = r_0$，$\theta = \theta_0$であった。ただし，観測者Pによる音波の変化は無視する。

(a)　時刻t_0から短い時間Δtだけ進んだ時刻$t_0 + \Delta t$におけるOP間の距離rを，r_0，Δt，u，θ_0の中から必要なものを用いて表せ。ただし，Δtは十分に小さいため，Δt^2の項が出てきた場合は無視できるとし，zを微小量としたときに成り立つ近似式$\sqrt{1+z} \fallingdotseq 1 + \dfrac{1}{2}z$を用いよ。

(b)　時刻tにおいて，原点Oから距離r_0の位置$(x_0,\ y_0)$付近の媒質の，音波による音波の伝わる方向の変位F_rは，正の定数Aを用いて，

$$F_r = A\sin\left\{2\pi f\left(t - \frac{r}{V}\right)\right\}$$

で表されるとする。問(3)(a)と同じ時刻$t_0 + \Delta t$において，観測者Pが観測する音波による媒質の変位F_r'を，A，f，r_0，t_0，Δt，u，V，θ_0の中から必要なものを用いて表せ。

(c)　問(3)(b)の結果を用いて，原点Oから距離r，角度θの位置において観測者Pが観測する音波の振動数f'を，f，r，u，V，θの中から必要なものを用いて表せ。また，観測者Pがx軸方向の負の無限遠から正の無限遠に移動する間に観測する音波の振動数f'について，音源から伝わる音波の振動数fに対する比$\dfrac{f'}{f}$の，角度θに対する変化を表すグラフを解答用紙の所定欄に描け。

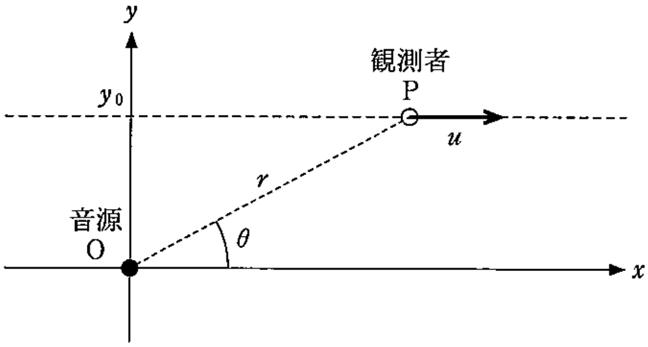

図 3