

見本

令和5年度前期日程入学試験学力検査問題

令和5年2月25日

理 科

物 理……4～25 ページ，化 学……26～45 ページ

生 物……46～69 ページ，地 学……70～79 ページ

| 志 望 学 部 | 試 験 科 目 | 試 験 時 間 |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| 経済学部(理系) 理 学 部 農 学 部 | 物理，化学，生物，地学のうちから2科目選択 | 13：30～16：00 (150分) |
| 医 学 部 歯 学 部 | 物理，化学，生物のうちから2科目選択 | |
| 薬 学 部 工 学 部 | 物理(指定)，化学(指定) | |

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子，解答用紙を開いてはいけない。
2. この問題冊子は，79ページである。問題冊子の白紙のページや問題の余白は草案のために使用してよい。ただし，冊子の留め金を外したり，ページを切り離しては使用しないこと。なお，ページの脱落，印刷不鮮明の箇所などがあった場合には申し出ること。
3. 解答は，必ず黒鉛筆(シャープペンシルも可)で記入し，ボールペン・万年筆などを使用してはいけない。
4. 解答用紙の受験記号番号欄(1枚につき2か所)には，忘れずに受験票と同じ受験記号番号をはっきりと判読できるように記入すること。
5. 解答は，必ず選択した科目の解答用紙の指定された箇所に記入すること。
6. 解答用紙を持ち帰ってはいけない。
7. 試験終了後，この問題冊子は持ち帰ること。

物 理

1 地球からの万有引力を受けて運動する小球の運動を考える。地球は点 O を中心とする質量 M 、半径 R の一様な密度の球で、自転や公転、大気の影響はないものとする。万有引力定数を G として、以下の問(1)~(4)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も説明せよ。

問(1) 図1のように、質量 m の小球が、地表からの高さ h の軌道を保ったまま、点 O を中心とする円運動をしている。

- (a) 小球にはたらく万有引力の大きさ F_1 を、 G, m, M, h, R を用いて表せ。
- (b) 小球の速さ V を、 G, m, M, h, R の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 小球の円運動の周期 T_1 を、 G, m, M, h, R の中から必要なものを用いて表せ。

問(2) 図2のように、地球の中心 O を通る直線状のトンネルを作った。トンネルは十分に細く、これによる地球の質量の変化は無視できるものとする。質量 m の小球をトンネルの入り口の点 A から静かにはなした後の小球の運動について考える。小球とトンネルとの間に摩擦はなく、小球には地球との万有引力のみがはたらくものとする。

地球の中心 O から距離 r ($r \leq R$) の位置にある小球が地球から受ける万有引力は、中心 O から半径 r の球内の質量 M' が点 O に集まったとして、それと小球が受ける万有引力に等しく、半径 r の球の外側の部分は、この位置での重力には無関係であることが知られている。

- (a) 半径 r の球内の質量 M' が、 $M' = \frac{r^3}{R^3}M$ となることを示せ。

- (b) 小球が地球の中心 O から距離 r ($r < R$) の位置にあるとき、小球にはたらく万有引力の大きさ F_2 を、 G 、 m 、 M 、 r 、 R を用いて表せ。
- (c) 小球は単振動をする。単振動の周期 T_2 を、 G 、 m 、 M 、 r 、 R の中から必要なものを用いて表せ。

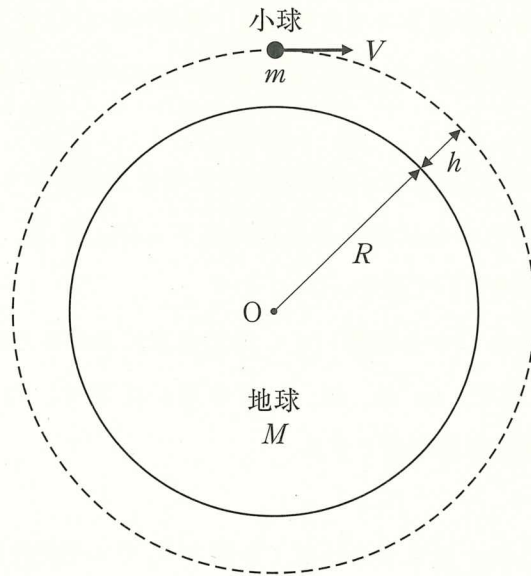


図 1

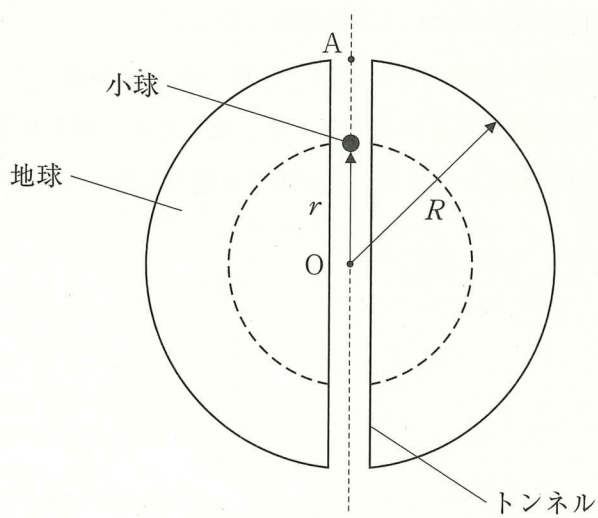


図 2

問(3) 図3のように、点Aの位置から距離 h の高さに点Hをとる。小球を点Hから静かにはなし、地球の中心Oまで落下させる。

- (a) 小球が点Hから点Aまで落下する間に万有引力がする仕事 W_1 を、 G, m, M, R, h を用いて表せ。
- (b) 小球が点Aからトンネルを通り、地球の中心Oまで落下する間に万有引力がする仕事 W_2 を、 G, m, M, R, h の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 問(3)(a)および問(3)(b)の結果に、仕事と運動エネルギーの関係を用いて、地球の中心Oにおける小球の速さ v を、 G, m, M, R, h の中から必要なものを用いて表せ。
- (d) 地球の中心Oから距離 r ($r < R$)の位置における万有引力による位置エネルギー U を、 G, m, M, r, R を用いて表せ。ただし、位置エネルギーの基準点は無限遠とする。

問(4) 図4のように、点Aから小球1を速さ V_0 で水平に投射すると同時に、もう1つの同じ質量の小球2を点Aから静かにトンネル内に落下させた。この時刻を $t = 0$ とする。小球1および小球2は、紙面内で運動し、時刻 t_0 に地球の反対側の点Bにおいて弾性衝突した。

衝突直後に小球1が静止した場合、小球1および小球2について中心Oからの距離 r の時間変化を表すグラフを、それぞれ、図5の(あ)~(く)の中から一つ選び記号で答えよ。また、その記号を選んだ理由を説明せよ。

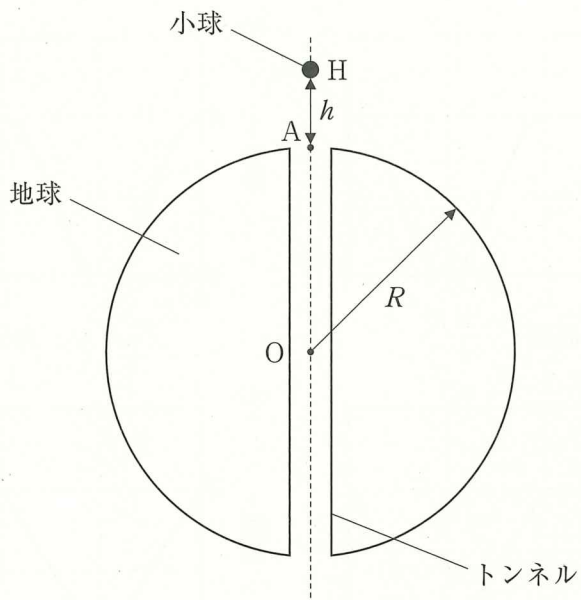


図 3

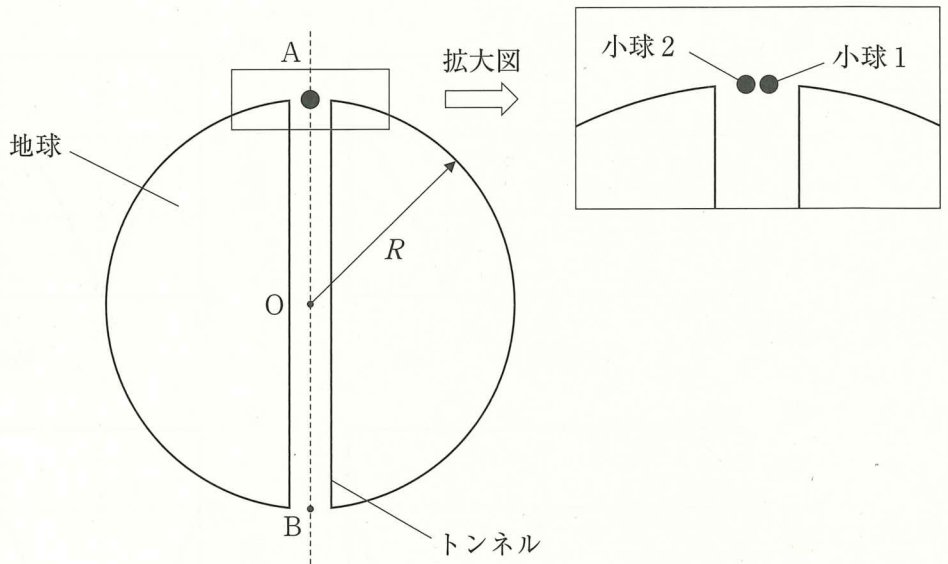


図 4

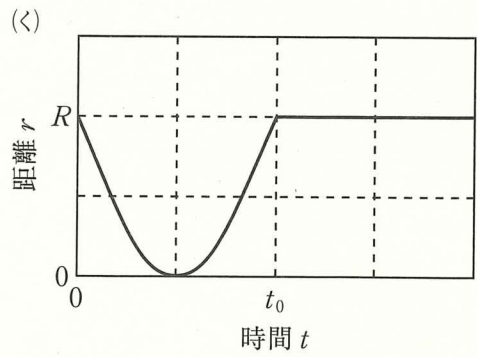
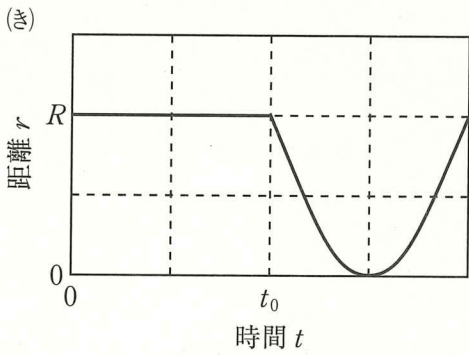
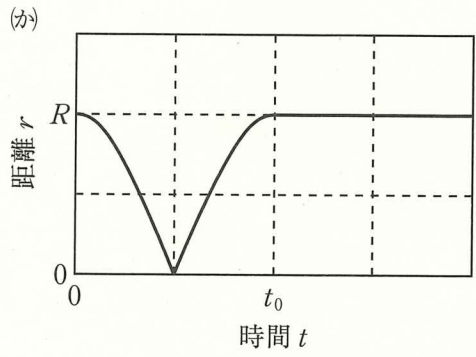
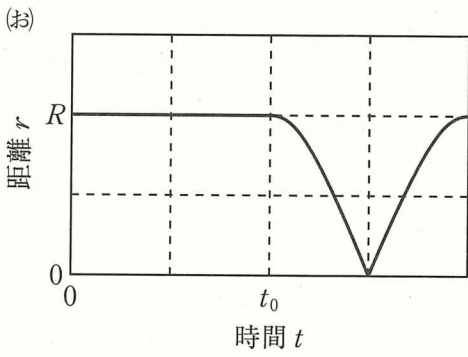
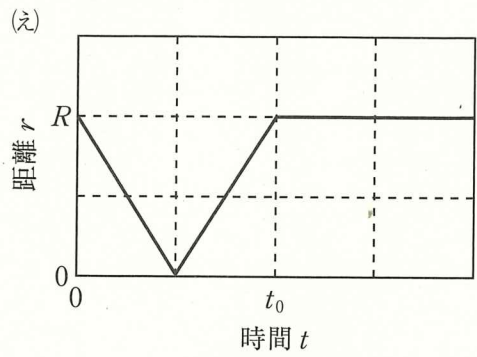
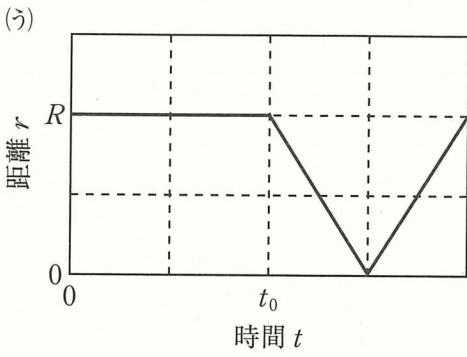
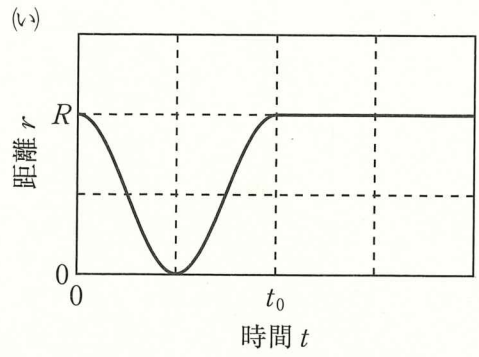
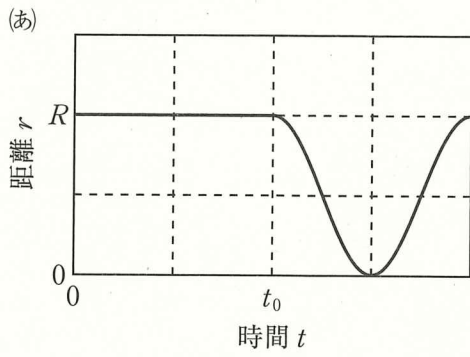


図 5

2 図1のように、互いに平行な2本のレールが間隔 ℓ で配置されている。2本のレールは電気抵抗が無視できる導体でできている。これらの2本のレール上に、質量 m 、電気抵抗 r の導体棒1がレールに対し垂直に置かれている。導体棒1はレールから外れることなく、なめらかにレールに沿って平行移動できる。また、すべての領域に磁束密度 $B(B > 0)$ の一様かつ時間的に変動しない磁場(磁界)が紙面に対して垂直に表から裏向きにかかっている。レールは十分に長く、導体棒1がレールの右端に達することはない。レールと導体棒1の接点における電気抵抗は無視してよい。また、自己誘導や空気による影響は無視できるものとする。

力および速度の向きは右向きを正とする。また、導体棒1に流れる電流は下から上に流れる向きを正とする。このとき以下の問(1)~(3)に答えよ。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も説明せよ。

問(1) 図2のように、レールの右側の端子にそれぞれ電気抵抗 r の抵抗Aおよび抵抗B、スイッチ、起電力 E_0 の電池からなる電気回路が接続されている。導体棒1に外部から力をかけ続け、一定の速度 $v_0(v_0 > 0)$ でレール上を等速度で運動させた。

(a) はじめスイッチは開いていた。

(i) 導体棒1に発生する誘導起電力 E を、 v_0 、 B 、 ℓ 、 m 、 r の中から必要なものを用いて表せ。ただし、 E は導体棒1中に正の電流を流そうとする向きを正とする。

(ii) 導体棒1に流れる電流 I_1 を、 v_0 、 B 、 ℓ 、 m 、 r の中から必要なものを用いて表せ。

(iii) 速度を一定に保つように導体棒1へ加えている力 F を、 v_0 、 B 、 ℓ 、 m 、 r の中から必要なものを用いて表せ。

(b) 次にスイッチを閉じた。このとき抵抗Aに流れる電流 I_A 、および抵抗Bに流れる電流 I_B を、 E 、 E_0 、 r を用いて表せ。ただし、 I_A 、 I_B は図2の矢印の向きに流れる場合を正とする。

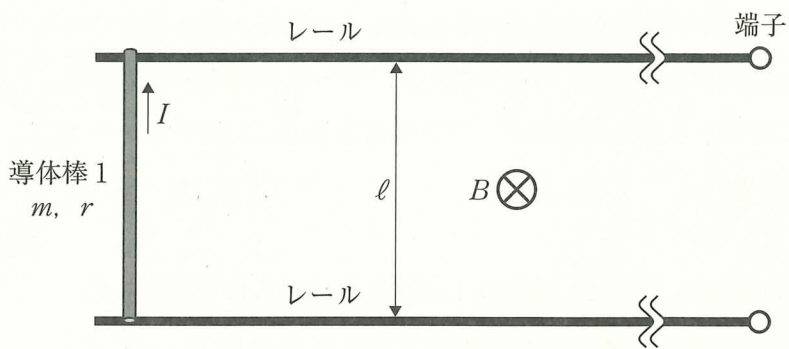


図 1

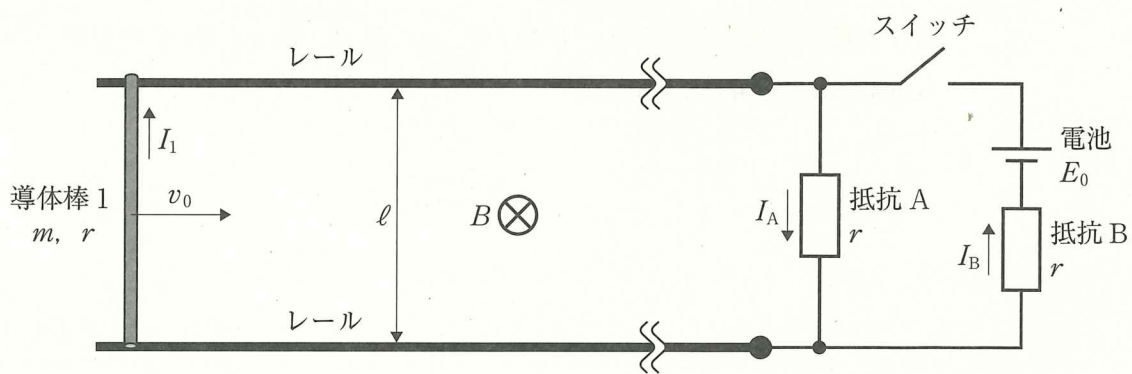


図 2

問(2) 図3のように、レールの右側の端子に電気抵抗 R の抵抗と電気容量 C のコンデンサーが接続されている。はじめコンデンサーには電荷がない状態で、導体棒1に外部から力をかけ続け、一定の速度 v_0 ($v_0 > 0$) でレール上を等速度で運動させた。

- (a) 十分に時間が経過した後に、導体棒1に流れる電流 I_2 は0となった。このときコンデンサーに蓄えられた電気量の大きさ Q を、 v_0 , B , ℓ , m , r , R , C の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 導体棒1が等速度運動を始めてから $I_2 = 0$ となるまでの間に、電気抵抗 R の抵抗で発生したジュール熱 J を、 v_0 , B , ℓ , m , r , R , C の中から必要なものを用いて表せ。

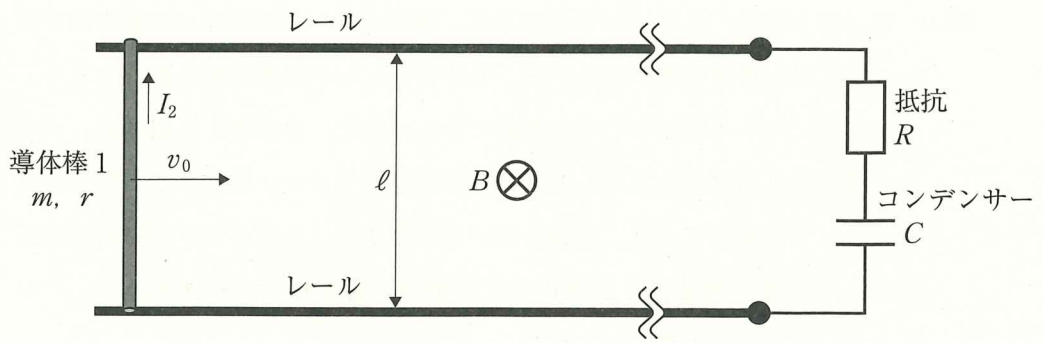


図 3

問(3) 図4のように、2本のレールの上に、質量 $2m$ 、電気抵抗 r の導体棒2がレールに対し垂直に置かれている。導体棒2もレールから外れることなく、なめらかにレールに沿って平行移動できる。また、導体棒1と同様に、レールと導体棒2の接点における電気抵抗は無視してよい。導体棒1と導体棒2は互いに十分離れており、接触しないものとする。また、レールの右端は開放されている。導体棒2が静止した状態で、導体棒1に初速度 v_0 ($v_0 > 0$)を与え、レールの上をすべらせた。

- (a) 導体棒1および導体棒2の速度がそれぞれ v_1 および v_2 のとき、導体棒1に流れる電流 I_3 を、 v_1 , v_2 , B , ℓ , m , r の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 問(3)(a)の状態から微小時間 Δt が経過した。このとき導体棒1および導体棒2の速度はそれぞれ $v_1 + \Delta v_1$ および $v_2 + \Delta v_2$ になった。力積と運動量変化の関係を用いて、 Δv_1 および Δv_2 を、それぞれ Δt , I_3 , B , ℓ , m , r の中から必要なものを用いて表せ。ただし、 Δt の時間内における電流 I_3 の変化量は小さく無視できるものとする。
- (c) 十分に時間が経過した後に、導体棒1および導体棒2の速度はそれぞれ一定速度 V_1 および V_2 に達した。 V_1 および V_2 を、 v_0 , B , ℓ , m , r の中から必要なものを用いて表せ。

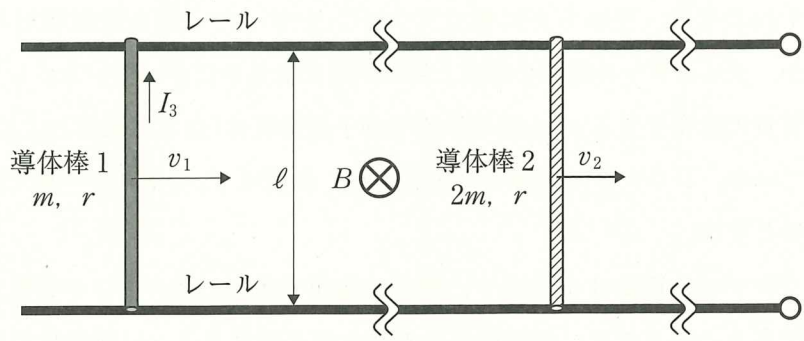


図 4

3 図1のように、なめらかに動くピストンをもった一様な断面積 S のシリンダーが、シリンダーの底面を鉛直上側に向けて液体中に浮いている。シリンダーには質量の無視できる n [mol] の単原子分子理想気体(以下、気体とよぶ)が封入されている。シリンダー外部の大気圧は P_0 、温度は T_0 であり、一様で変化しないものとする。

シリンダーの質量は m であり、厚さは無視できる。ピストンの質量、厚さも無視できる。シリンダーの底面以外の部分およびピストンは断熱材でできている。シリンダーの底面は熱を伝える素材で作られているが、底面外側に質量の無視できる断熱板を取り付けることにより、熱を通さないようにすることもできる。シリンダーの底面内側には体積、質量および熱容量の無視できるヒーターが取り付けられており、シリンダー内の気体を一様に加熱することができる。

シリンダーは鉛直方向にのみ動き、鉛直方向に対して傾くことはない。シリンダーは十分に長く、ピストンがシリンダーから外れることはない。また、シリンダーおよびピストンの動きによって、シリンダー外部の液面の高さが増えることはない。

液体の密度を ρ 、重力加速度の大きさを g 、気体定数を R として以下の問(1)~(4)に答えよ。なお、解答に際しては、液面から深さ x における液体の圧力が $P_0 + \rho gx$ となることを用いてよい。解答は解答用紙の所定の場所に記入せよ。また、結果だけでなく、考え方や計算の過程も説明せよ。

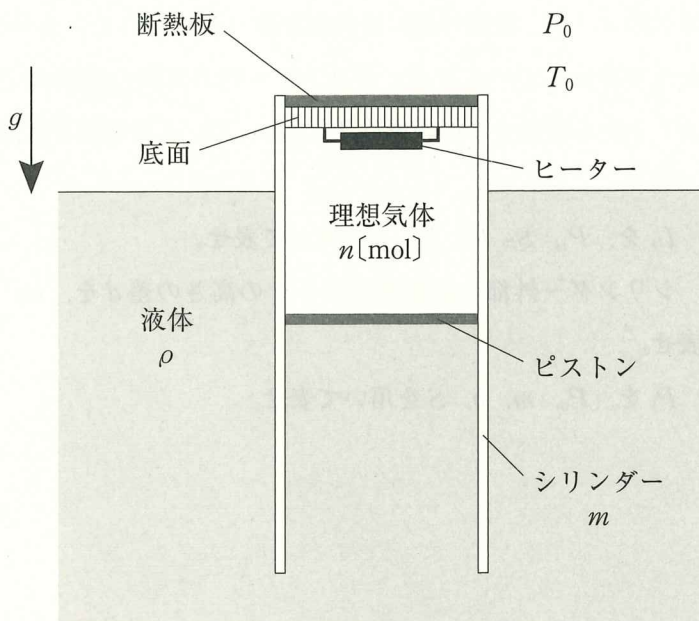


図 1

問(1) 図2のように、底面外側に断熱板が取り付けられたシリンダーが液体中に浮かんで静止しているとき、シリンダー内の気体の温度は T_0 、圧力は P_1 、ピストンから底面までの距離は L_1 であった。この状態を状態1とする。

- (a) L_1 を、 P_1 , S , R , T_0 , n を用いて表せ。
- (b) シリンダー外部の液面とピストンの高さの差 d を、 m , ρ , S を用いて表せ。
- (c) P_1 を、 P_0 , m , g , S を用いて表せ。

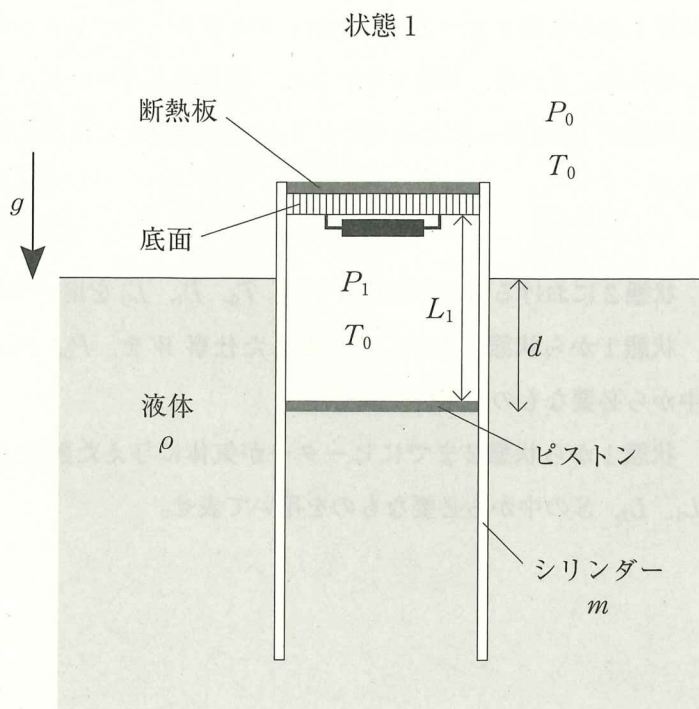


図 2

問(2) 状態1から気体をヒーターで加熱したところ、シリンダーがゆっくりと上昇し始めた。その後、加熱をやめると、図3のように、ピストンから底面までの距離が L_2 となったところでシリンダーが静止した。この状態を状態2とする。

- (a) 状態2における気体の温度 T_2 を、 T_0 , L_1 , L_2 を用いて表せ。
- (b) 状態1から状態2までに気体がした仕事 W を、 P_0 , P_1 , L_1 , L_2 , S の中から必要なものを用いて表せ。
- (c) 状態1から状態2までにヒーターが気体に与えた熱量 Q を、 P_0 , P_1 , L_1 , L_2 , S の中から必要なものを用いて表せ。

状態 2

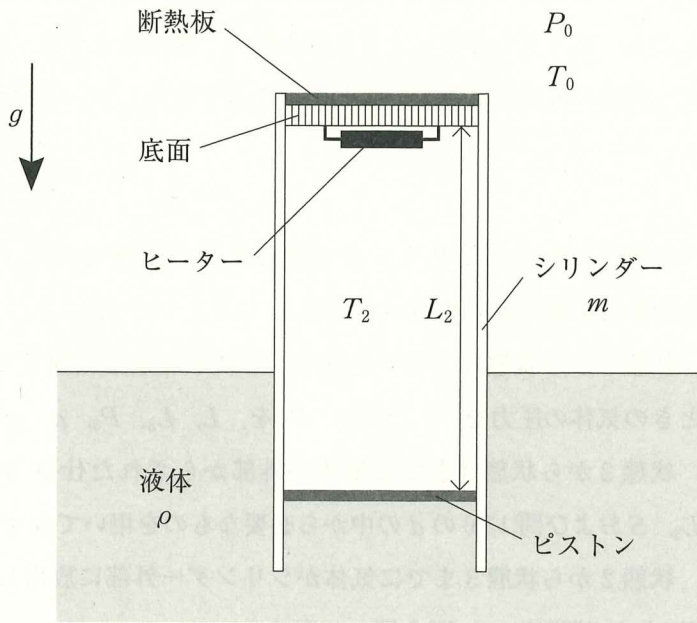


図 3

問(3) 状態2において底面の外側に質量の無視できるひもを取り付け、底面の位置が下がらないように天井に固定した。その後、底面外側の断熱板をはずしたところ、ピストンがゆっくりと動き始め、図4のように、ピストンとシリンダー外部の液面の高さが一致したところで静止した。この状態を状態3とする。

- (a) 状態3におけるピストンから底面までの距離 L_3 を、 P_0 , P_1 , L_1 , L_2 の中から必要なものを用いて表せ。
- (b) 状態2から状態3までの過程で、ピストンから底面までの距離が L のときの気体の圧力を P_L とする。 P_L を、 L , L_3 , P_0 , ρ , g を用いて表せ。
- (c) 状態2から状態3までに気体が外部からされた仕事 W' を、 P_0 , P_1 , L_3 , S および問(1)(b)の d の中から必要なものを用いて表せ。
- (d) 状態2から状態3までに気体がシリンダー外部に放出した熱量 Q' を、 W' および問(2)(b)の W を用いて表せ。

問(4) 状態3において再び底面外側に断熱板を取り付けた後、ひもの固定をはずし、ひもがたるまないように保持したままシリンダーを液面に向けてゆっくりと下ろしていった。やがて、ひもがたるみ、シリンダーは液体に浮かんで静止した。この状態を状態4とする。

状態4におけるピストンから底面までの距離を L_4 とする。 L_4 と L_1 の関係を表す式として正しいものを以下の(あ)~(う)の中から一つ選び、その記号を選んだ理由とともに答えよ。

- (あ) $L_4 > L_1$ (い) $L_4 = L_1$ (う) $L_4 < L_1$

状態 3

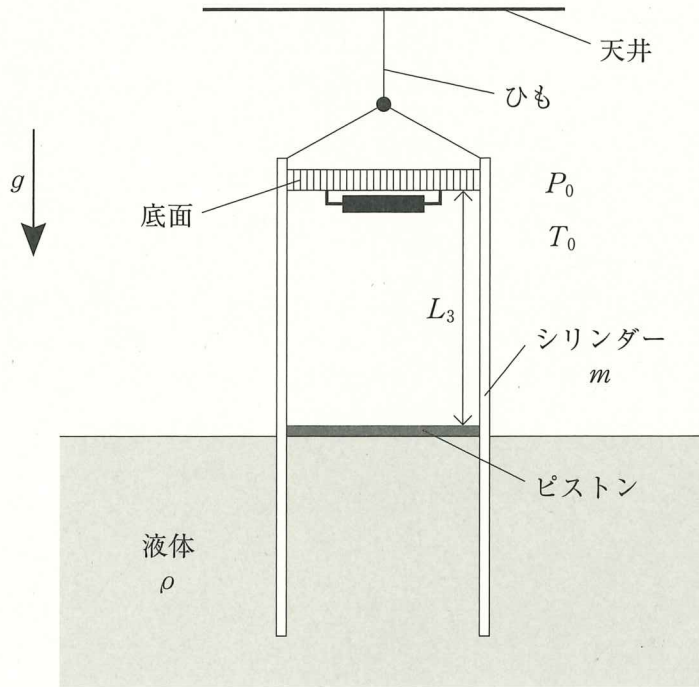


図 4